

LP 24 Mécanismes de la conduction électrique.
Loi d'Ohm. Effet Hall. Applications

I) Approché élémentaire

1) Modèle phénoménologique de Drude:

Considérons une charge mobile dans un milieu conducteur quelconque, soumise à un champ électrique \vec{E} .

Le principe fondamental de la dynamique appliqué à cette charge s'écrit:

$$m\vec{a} = q\vec{E}, \text{ ce qui donne } \vec{v} = \frac{q}{m}\vec{E}t.$$

Ce résultat n'est absolument pas physique. En effet, il dit que si un champ électrique (c'est-à-dire une différence de potentiel) est appliqué sur un conducteur, la vitesse des porteurs de charges va croître linéairement avec le temps sans borne supérieure.

Il faut donc introduire des actions supplémentaires pour aboutir aux résultats expérimentaux, c'est-à-dire que lorsqu'on applique une différence de potentiel aux bornes d'un conducteur la vitesse des porteurs de charges devient rapidement uniforme tant que subsiste un champ électrique constant.

Ces action supplémentaires proviennent du fait que dans un conducteur, les charges mobiles ne sont pas totalement libres, car elles interagissent entre elles et avec les charges fixes qui composent le matériau. La description de ces interactions, en particulier dans un solide, nécessite une théorie quantique. Cependant, grâce à une approche phénoménologique appelée *modèle de Drude*, permet de retrouver un certain nombre de résultats. Elle consiste à modéliser ces interactions par un frottement de type visqueux $d\vec{F} = -\alpha\vec{v}dV$.

Le PFD s'écrit alors:

$\rho^* dV\vec{a} = \rho_m \vec{E}dV - \alpha\vec{v}dV$. En posant alors $\rho^* = nm$ et $\rho_m = nq$, où n représente le nombre de porteurs par unité de volume, on obtient alors l'équation différentielle:

$$\boxed{\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{q\vec{E}}{m} - \frac{\alpha\vec{v}}{nm}}$$

ce qui s'écrit aussi $\frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{\vec{v}}{\tau} = \frac{q\vec{E}}{m}$, où $\tau = \frac{nm}{\alpha}$ est un temps caractéristique de relaxation. En effet, c'est le temps caractéristique avec lequel la vitesse s'annule lorsque l'on coupe brusquement le champ électrique qui imposait le courant.

En régime forcé, on obtient alors:

$\vec{v} = \frac{q\tau}{m}\vec{E} = \mu\vec{E}$, où le coefficient μ , appelé *mobilité*, caractérise un type de porteur dans un milieu donné, et donc un courant volumique pour un seul type de porteurs $\vec{j} = nq\vec{v} = nq\mu\vec{E}$.

Lorsqu'il y a plusieurs types de porteurs, on a donc:

$\vec{j} = \sum_{\alpha} n_{\alpha} q_{\alpha} \mu_{\alpha} \vec{E}$. On en déduit la *loi d'Ohm*:

$$\boxed{\vec{j} = \gamma\vec{E}}$$

où γ s'appelle la conductivité du matériau

On voit alors que la conductivité d'un matériau dépend non seulement du type de porteur mis en jeu dans la conduction électrique, par leur charge et leur densité volumique, mais aussi de la nature du matériau par la mobilité de ces porteurs. C'est ceci qui permet, dans un premier temps, d'expliquer les différences de conductivité entre les différents matériaux.

2) Cas des métaux:

Dans un métal, les porteurs de charges sont les électrons de conduction de densité volumique n_e . On a par conséquent:

$$\mu = -\frac{e\tau}{m_e} \text{ et } \gamma = \frac{ne^2\tau}{m_e}.$$

On peut déduire de γ , que l'on peut mesurer, et de $n_e = \frac{N_A}{M} \rho^*$, puisqu'il y a un porteur de charge par atome pour le cuivre, un ordre de grandeur de τ et de μ .

On trouve, puisque $\gamma = 58.10^6 \text{ S.m}^{-1}$ et $n_e = 84.10^{27} \text{ m}^{-3}$:

$$\tau = 0,024 \text{ ps} \text{ et } \mu = -4,2.10^{-3} \text{ m}^2 \text{V}^{-1} \text{s}^{-1}$$

La faible valeur de τ montre que les électrons réagissent très rapidement à toutes sollicitation électrique extérieure.

2) Semi – conducteurs et isolants:

L'échelle des conductivités permet de classer les différents matériaux solides en trois catégories:

- les conducteurs si $\gamma > 10^4 \text{ S.m}^{-1}$, comme le cuivre
- Les semi-conducteurs si $10^{-6} < \gamma < 10^4 \text{ S.m}^{-1}$, comme le germanium et le silicium
- Les isolants si $\gamma < 10^{-6}$, comme certains verre ou matières plastiques.

Cependant, cette classification reste assez floue car, pour un même matériau, la conductivité dépend de façon importante de la nature cristalline, de la pureté et de la température. En fait la véritable distinction réside dans les mécanismes mis en jeu dans la conduction électrique.

Dans un semi-conducteur, deux types de porteurs sont pris en compte : les électrons de conduction et les trous, de densités volumiques respectives n_e et n_p . On aura alors:

$$\vec{j} = n_e(-e)\mu_e\vec{E} + n_p e\mu_p\vec{E}. \text{ En remarquant que } \mu_e < 0, \text{ on a:}$$

$$\vec{j} = \gamma\vec{E}, \text{ avec } \gamma = e(n_e|\mu_e| + n_p\mu_p)$$

Si le semi-conducteur est pur, on a autant de trou que d'électrons, c'est-à-dire $n_e = n_p = n_i$ et la conductivité s'écrit $\gamma = en_i(|\mu_e| + \mu_p)$.

En général, dans un semi conducteur, la mobilité des porteurs est beaucoup plus élevée que celle dans un métal, mais la conductivité est plus faible en raison de la faible densité des porteurs de charge. C'est le cas par exemple du silicium où $\mu_e = -0,13 \text{ SI}$; $\mu_p = 0,05 \text{ SI}$ et où $\gamma = 0,4.10^{-3} \text{ S.m}^{-1}$.

4) Limites de validité de la loi d'Ohm:

Plusieurs facteurs en sont à l'origine:

- Pour que la relaxation de la vitesse soit possible, il faut que le champ \vec{E} ne soit pas trop important.
- Il faut que la densité soit indépendante du champ. Ceci n'est pas toujours vrai, étant donné que dans des semi-conducteurs on peut dépasser le seuil de création d'une paire grâce à l'énergie apportée par le champ électrique.
- Dans le vide, il n'y a pas de relaxation puisque pas d'interaction avec la matière. On retrouve des situations analogues dans des conducteurs de dimensions inférieures au libre parcours moyen.
- Si le champ électrique varie avec un temps caractéristique inférieur à la durée de relaxation, la loi d'Ohm n'est plus respectée. Pour un conducteur, où $\tau = 10^{-14}$ ceci est en général respecté, ce qui n'est pas le cas pour un semi-conducteur.

B) Structure de bandes dans les solides:

Nous avons vu que la loi d'Ohm est une conséquence directe de l'existence d'un temps de relaxation, modélisé par un frottement fluide dans le modèle de Drude. Cependant, on peut se demander quelle est l'origine physique de cette relaxation.

Pour ceci, évaluons le libre parcours moyen d'un électron dans le cuivre. Puisque les électrons sont libres, ils se comportent comme un gaz parfait et on a:

$$v_q = \left(\frac{2k_B T}{m_e} \right)^{\frac{1}{2}} = 0,12 \cdot 10^6 \text{ ms}^{-1}, \text{ ce qui nous permet de tirer le libre parcours moyen grâce}$$

au temps τ : $l = v_q \tau = 0,12 \cdot 10^6 \cdot 0,024 \cdot 10^{-12} = 2,8 \text{ nm}$.

Le libre parcours moyen est donc très supérieur aux distances interatomiques, et ceci d'au moins un ordre de grandeur. L'hypothèse légitime selon laquelle la relaxation serait due aux collisions avec les ions du réseau s'en trouve fortement infirmée.

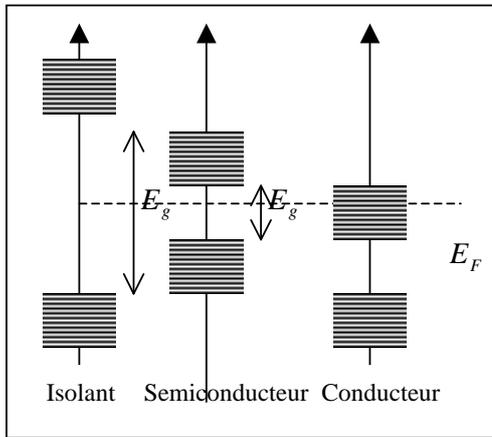
Il nous faut donc trouver un modèle plus poussé, qui permette de comprendre d'où provient cette relaxation, et qui donnera d'ailleurs un nouveau libre parcours moyen, puisqu'ici le modèle classique n'est pas corroboré par l'expérience.

1) Résultats de la théorie de solides:

En physique quantique, on montre que dans un atome, l'énergie d'un électron est quantifiée, c'est-à-dire qu'elle ne peut prendre que des valeurs déterminées appelées niveaux d'énergie. Dans un solide, du fait des interactions entre les ions, ces niveaux se rassemblent et forment des bandes d'énergie à l'intérieur desquelles la différence d'énergie entre les niveaux est très faible, de sorte que l'on peut considérer que l'énergie varie de manière continue (approximation classique). En revanche, entre ces bandes existe un large domaine d'énergie interdite, appelé *bande interdite* ou *gap*.

Par ailleurs, les électrons occupent les états d'énergie en suivant le principe d'exclusion de Pauli et, de ce fait, elle suit une loi statistique selon laquelle, à basse température, seuls les niveaux d'énergie inférieure à une certaine valeur E_F appelée *énergie de Fermi* sont occupés. C'est ce phénomène qui permet de comprendre la différence fondamentale entre un isolant et un conducteur.

a) Si le niveau de Fermi est au milieu d'une zone interdite, tous les niveaux de la bande permise d'énergie inférieure sont occupés, et cette bande s'appelle bande de valence. Par contre, aucun des niveaux de la bande permise d'énergie supérieure n'est occupé. Il faut donc fournir une énergie importante pour modifier cette répartition, c'est-à-dire pour faire passer un électron de la bande de valence à la bande supérieure, appelée *bande de conduction*. Pour cette raison, le matériau est isolant car tous les électrons restent liés, le champ électrique étant incapable de fournir cette énergie.



b) Si le niveau de Fermi est situé dans une bande permise, alors les électrons peuvent passer d'un niveau à l'autre sous l'effet du champ électrique. Leur énergie étant au-dessus de l'énergie de Fermi, ils ne sont plus liés : le matériau est conducteur.

c) Les semi-conducteurs intrinsèques ont une structure similaire à celle des isolants, mais l'énergie de gap est plus faible que pour les isolants. La bande interdite peut donc être franchie sous l'effet de l'agitation thermique et donner lieu à la présence d'électrons dans la bande de conduction d'une part, et en conséquence à la présence de *trous* dans la bande de valence. On voit donc que le caractère semi-conducteur ou isolant dépend fortement de la température, et donc la conductivité également. Cependant, ce caractère semi-conducteur ne s'observe que pour quelques matériaux, car à température ambiante l'énergie thermique est de l'ordre de quelques eV. Par exemples à température ambiante le germanium (0,67eV), le silicium (1,14eV) et l'arsenic gallium (1,43eV) sont semi-conducteurs alors que le diamant (5,4eV) et la silice (10eV) sont des isolants.

2) Paramètres influant sur la conductivité:

Ce nouveau modèle permet de calculer un nouveau libre parcours moyen. En effet, l'énergie des électrons de conduction est imposée par le remplissage des niveaux disponibles, dont l'énergie est voisine de l'énergie de Fermi.

L'énergie cinétique de ces électrons vaut donc:

$$v_F = \left(\frac{2E_F}{me} \right)^{\frac{1}{2}} = v_q \left(\frac{E_F}{U} \right)^{\frac{1}{2}}, \text{ où } U = \frac{3}{2} k_B T. \text{ Par exemple dans le cuivre, on a } E_F = 7eV,$$

alors qu'à température ambiante $U = 37,5meV$. On a donc une nouvelle expression du libre parcours moyen $l = v_F \tau = 14v_q \tau = 40nm$. L'ordre de grandeur est donc d'une centaine de distance atomique. On peut donc dire que la relaxation est imputable aux imperfections du réseaux : défauts de structure, atomes étrangers, agitation thermique des ions.

D'après ce qui précède, la mobilité, proportionnelle au libre parcours moyen, et donc la conductivité $\gamma = nq\mu$, diminue lorsque la température ou le nombre de défaut augmente. Ce qui sera décisif, c'est donc la dépendance de n avec ces paramètres, étant donné que c'est par n que se fait la différence fondamentale entre conducteurs et semi-conducteurs.

Dans les métaux, n est fixé donc la seule dépendance provient de la mobilité. On vérifie alors que la conductivité décroît avec la température, et on constate expérimentalement que cette dépendance est linéaire, c'est-à-dire que l'on a :

$$\frac{1}{\gamma} = \frac{1}{\gamma_0} (1 - \alpha(T - T_0))$$

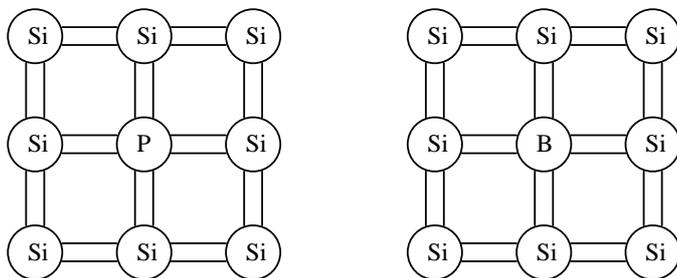
Le rôle des impuretés va beaucoup se faire sentir à basse température. Leur présence va alors limiter la conductivité. On peut atteindre des valeurs très élevées pour des métaux très purs et monocristallins.

Pour les semi-conducteurs, on peut montrer que l'on a : $R = Ae^{(B/T)}$, c'est-à-dire que la conductivité *augmente* rapidement avec T . En effet, le phénomène majoritaire est le nombre de paires créés par agitation thermique, et donc bien que le nombre de porteurs dans la bande de conduction augmente avec T .

Ceci est utilisé en particulier pour des mesures de températures par des résistances de platine ou de germanium.

Le rôle des impuretés est lui aussi différent que dans le cas d'un métal. De manière générale, elles contribuent également à limiter la mobilité, et donc la conductivité, mais certaines impuretés augmentent de manière très importante le nombre de porteurs. Cette technique très largement utilisée dans les semi-conducteurs est appelée *dopage*.

Considérons par exemple un cristal de silicium, atome tétravalent :



Si on introduit un atome pentavalent, comme le phosphore, il subsiste un électron qui ne participe pas aux liaisons et qui va donc être un conducteur. Le phosphore est alors un donneur d'électron et le dopage va être de type n .

Par contre, si on introduit un atome trivalent comme le bore, celui-ci va être donneur de trou et le dopage va être de type p . D'un point de vue énergétique, un dopage n revient à introduire un niveau d'énergie donneur juste en dessous de la bande de conduction, et un dopage p revient à introduire un niveau d'énergie accepteur juste au dessus de la bande de valence.

De faibles taux d'impuretés modifient considérablement le nombre de porteurs. Ainsi, le remplacement d'un seul atome de Si sur un million suffit pour que la conduction à température ambiante, ne dépendent que des électrons ou des trous créés par ionisation des atomes étrangers. Ceci est énormément utilisé en électronique, pour obtenir des composants non linéaires comme par exemple le transistor.

C) Autres types de conduction.

1) Effet Hall:

Considérons un matériau conducteur ou semi-conducteur plongé dans un champ électromagnétique (\vec{E}, \vec{B}) . En reprenant le modèle de Drude, le PFD pour un porteur de charge s'écrit:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{\vec{v}}{\tau} = \frac{q}{m} (\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}).$$

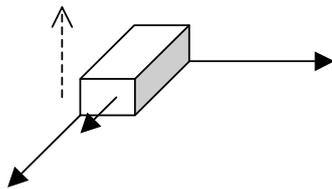
Lorsque le courant est établi, celui-ci est caractérisé par la relation:

$$\vec{j} = nq\vec{v} = \gamma \left(\vec{E} + \frac{\vec{j}}{nq} \wedge \vec{B} \right)$$

On s'aperçoit alors qu'en présence d'un champ magnétique \vec{B} , le courant volumique et le champ électrique ne sont plus colinéaires. Le champ électrique présente deux composantes:

$$\vec{E}_{//} = \frac{\vec{j}}{\gamma} \text{ parallèle à } \vec{j} \text{ et } \vec{E}_{\perp} = \vec{B} \wedge \frac{\vec{j}}{nq} \text{ orthogonale à } \vec{j}.$$

Si on considère que le conducteur est dans la géométrie de Hall, c'est-à-dire:



Le champ magnétique provoque une déviation des électrons vers le plan $y=0$. Ceux-ci ne pouvant sortir du conducteur, ils s'accablent sur ce plan tandis qu'il apparaît une déficience en électrons sur le plan $y=a$. Cette polarisation du matériau conduit à l'apparition d'un champ électrique transverse \vec{E}_H , qui exerce à

son tour une force sur les électrons. Le régime stationnaire est donc atteint lorsque cette force et la force magnétique se compensent. On retrouve alors la loi d'Ohm et on a:

$$q\vec{v} \wedge \vec{B} + q\vec{E}_H = 0, \text{ soit } \vec{E}_H = -\vec{v} \wedge \vec{B}.$$

Pour un matériau de section rectangulaire, on mesure la différence de potentiel aux bornes du conducteur et on a $V_H = -aE_H = -avB = -\frac{j}{nq} aB = -\frac{I}{nqb} B = -A_H IB$, avec $A_H = \frac{1}{nq}$.

Cet effet, appelé *effet Hall*, a de nombreuses applications. En effet, si on connaît les caractéristiques du conducteur, on a accès par la mesure de V_H au champ magnétique. On a alors réalisé une *sonde à effet Hall*, utilisée dans les teslamètres. Pour ces mesures on utilise en général des semi conducteurs, puisque le coefficient de Hall pour des métaux est très faible (environ $5.10^{-11} m^3 / C$ pour le cuivre).

A contrario, si on connaît le champ magnétique, la mesure de la tension de Hall donne accès non seulement à la densité des porteurs de charge, mais également à leur signe.

2) Quelques notions de supraconductivité.

La supraconductivité est le phénomène expérimental découvert en 1911 par Kammerlingh Onnes qui est que certains matériaux, au dessous d'une certaine température critique, présentent une conductivité infinie, c'est-à-dire qu'un courant peut y circuler sans aucune dissipation. Nous n'allons pas ici rentrer dans les détails des propriétés des matériaux

supraconducteurs, mais seulement en donner une interprétation, celle du modèle BCS découvert en 1957 par Bardeen, Cooper et Schrieffer et qui leur valut le prix nobel.

Cette théorie est basée sur une hypothèse d'une interaction attractive entre les électrons de conduction, conduisant à la formation de paires d'électrons appelées *paires de Cooper*. Ces paires se comportent comme des particules de spin entier, et donc comme des bosons. Les paires se déplacent alors sans rencontrer la moindre résistance, d'où la supraconductivité.

Cette hypothèse permet de rendre compte d'un certain nombre de propriétés de la supraconductivité, dont la température critique. En effet, la formation de paires provoque l'apparition d'une bande interdite au voisinage du niveau de Fermi:



L'énergie de chaque électron est abaissée d'une quantité Δ , et donc l'énergie nécessaire pour rompre une paire vaut $E_g = 2\Delta$, énergie de

gap du supraconducteur. Cette énergie peut être fournie par agitation thermique, et donc pour que le matériau reste (et donc soit) supraconducteur il faut que $k_B T < 2\Delta$, ce qui explique

l'existence d'une température critique $T_c = \frac{2\Delta}{k_B}$.

Citons pour finir une application majeure des matériaux supraconducteur, la production de champ magnétiques intenses, puisque l'on peut faire circuler des courants très importants sans endommager des enroulements (réalisé avec du niobure d'étain dans de l'hélium liquide).