LP 38 Réflexion et réfraction d'une onde électromagnétique monochromatique plane à la surface de séparation entre deux diélectriques linéaires, homogènes, isotropes

Intro:

Nous avons étudié précédemment la propagation des ondes électromagnétiques dans le vide et dans les milieux matériels, ainsi que les caractéristiques de ces milieux. Nous avons également établi que les résultats sur les conditions aux limites à l'interface de séparation entre deux milieux.

Nous allons tous d'abord effectuer un rappel sur les diélectriques et le comportement des ondes électromagnétiques dans de tels milieux.

Puis nous verrons comment une onde est réfléchie et réfractée à l'interface entre deux milieux diélectriques.

Enfin nous étudierons l'amplitude des ondes réfléchies et réfractées ainsi que la répartition de l'énergie électromagnétique entre ces deux ondes.

A) Rappel sur l'électromagnétisme des milieux diélectriques:

1) Hypothèses de travail

Dans un milieu matériel le champ électromagnétique est caractérisé par quatre grandeurs, $\vec{E}$, champ électrique, $\vec{D}$, vecteur induction électrique, $\vec{B}$, champ magnétique, $\vec{H}$, vecteur excitation magnétique.

On suppose tout d'abord que le milieu est non magnétique et on a $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$.

Par ailleurs, on le suppose linéaire, ce qui implique que $\vec{E}$ et $\vec{D}$ sont liés par:
$\vec{D} = [\varepsilon(\omega, \vec{r})]\vec{E}$

Si on le suppose isotrope, alors $\vec{D} = \varepsilon(\omega, \vec{r})\vec{E}$.

Enfin, si on le suppose homogène alors $\vec{D} = \varepsilon(\omega)\vec{E}$.

2) caractéristiques du milieu

Le milieu diélectrique est caractérisé par une permittivité diélectrique complexe que l'on notera $\underline{\varepsilon}_r$. On sait que dans un tel milieu une onde se propage avec un vecteur d'onde complexe: $\underline{k} = \underline{k}' + i\underline{k}''$, où $\underline{k}'$ caractérise la propagation et $\underline{k}''$ l'absorption.

On définit enfin un indice complexe $\underline{n} = n' + in''$, tel que $\underline{n}^2 = \underline{\varepsilon}_r$,soit

$$n' = \frac{\omega}{c} k' \text{ et } n'' = \frac{\omega}{c} k''$$

3) Conditions aux limites:

L'absence de courants et de charges libres implique que, à l'interface entre deux milieux 1 et 2:

- la composante tangentielle de $\vec{E}$ est continue
- la composante normale de $\vec{D}$ est continue
- la composante tangentielle de $\vec{H}$, et donc de $\vec{B}$,est continue
- la composante normale de $\vec{B}$ est continue

B) Caractéristiques des ondes réfléchies et réfractées

1) Lois de la réflexion et de la réfraction

Si on écrit une quelconque des quatre équations de conditions aux limites, on obtient une égalité de la forme:

$$a_i e^{i\left(\vec{k}_i.\vec{r}-\omega_i t\right)}+a_r e^{i\left(\vec{k}_r.\vec{r}-\omega_r t\right)}=a_t e^{i\left(\vec{k}_t.\vec{r}-\omega_t t\right)}$$

en supposant qu'il existe bien une onde réfléchie et une onde transmise, ce qui n'est pas toujours le cas.

Cette égalité s'écrit encore:

$$a_i + a_r e^{i\left(\left(\vec{k}_r-\vec{k}_i\right).\vec{r}-(\omega_r-\omega_i)t\right)}=a_t e^{i\left(\left(\vec{k}_t-\vec{k}_i\right).\vec{r}-(\omega_r-\omega_i)t\right)}\ \forall t, \forall \vec{r}\in S$$

Il faut donc que:

→ $\omega_r=\omega_t=\omega_i=\omega$, ce qui est normal étant donné que le milieu est linéaire.

→ $\vec{k}_r-\vec{k}_i=\alpha.\vec{N}$ et $\vec{k}_t-\vec{k}_i=\beta.\vec{N}$

Ces deux égalités nous permettent de retrouver la première loi de la réflexion et de la réfraction:

Les rayons réfléchi et réfracté (s'ils existent) sont dans le plan d'incidence défini par la normale au point d'incidence et $\vec{k}_i$.

Par ailleurs, en multipliant par $\vec{T}$, on obtient que:

$\vec{k}_i.\vec{T}=\vec{k}_r.\vec{T}$ et $\vec{k}_i.\vec{T}=\vec{k}_t.\vec{T}$., ce qui exprime la continuité de la composante tangentielle de $\vec{k}$, ce qui était prévisible, l'homogénéité de l'espace n'étant brisé que selon (O_z).

On obtient alors, avec $k_i=k_r=\dfrac{2\pi}{\lambda_0}n_1$ et $k_t=\dfrac{2\pi}{\lambda_0}n_2$

$\theta_r=-\theta_i=-\theta_1$ et $n_1\sin\theta_1=n_2\sin\theta_2$, qui sont les lois de Snell Descartes pour la réflexion et la réfraction.

Ces relations sont valables même si les milieux sont absorbants et s'écrivent:

$Re(n_1)\sin\theta_1=Re(n_2)\sin\theta_2$.

On s'aperçoit que, dans la relation de Snell Descartes que, pour $n_2>n_1$, θ_2 est toujours défini. En revanche, pour $n_2<n_1$, il existe une valeur de l'angle d'incidence θ_l pour laquelle

$\dfrac{n_1}{n_2}\sin\theta_l=1$, et donc que, *pour* $\boxed{}$, *l'onde transmise ne se propage pas*.

Dans toute la suite, nous supposerons que l'onde transmise se propage dans le milieu 2, et nous étudierons le cas $\boxed{}$ en dernier lieu.

2) Coefficients de Fresnel

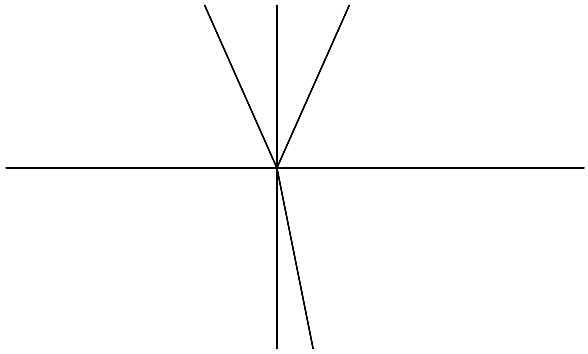
Il s'agit ici de déterminer l'amplitude des ondes réfléchie et réfractée en fonction de l'amplitude de l'onde incidente.

On définit les coefficients de transmission et de réflexion en amplitude par:

$\underline{r}=\dfrac{\underline{E}_r}{\underline{E}_i}$ et $\underline{\tau}=\dfrac{\underline{E}_t}{\underline{E}_i}$

Ces coefficients, à priori complexes, dépendent de l'état de polarisation de l'onde incidente. On va donc étudier deux cas à partir desquels on peut construire n'importe quel état de polarisation.

a) Onde polarisée perpendiculairement au plan d'incidence:



Ces calculs sont à effectuer sur transparent : gain de temps.

La continuité de la composante tangentielle de $\vec{E}$ donne:
$\underline{E}_i + \underline{E}_r = \underline{E}_t$ soit, en utilisant les coefficients:

$$\boxed{1 + \underline{r}_\perp = \underline{\tau}_\perp}$$

et la continuité de $\square$ tangentiel donne:
$\underline{\vec{B}}_i . \vec{e}_x + \underline{\vec{B}}_r . \vec{e}_x = \underline{\vec{B}}_t . \vec{e}_x$ soit, puisque l'onde est une onde plane:

$$\left(\frac{\vec{k}_i \wedge \underline{\vec{E}}_i}{\omega} \right) . \vec{e}_x + \left(\frac{\vec{k}_r \wedge \underline{\vec{E}}_r}{\omega} \right) . \vec{e}_x = \left(\frac{\vec{k}_t \wedge \underline{\vec{E}}_t}{\omega} \right) . \vec{e}_x$$

$$-\frac{\underline{k}_i \underline{E}_i}{\omega} \cos\theta_1 + \frac{\underline{k}_r \underline{E}_r}{\omega} \cos\theta_1 = -\frac{\underline{k}_t \underline{E}_t}{\omega} \cos\theta_2$$

Donc avec $\underline{k}_i = \underline{k}_r = \underline{n}_1 \dfrac{2\pi}{\lambda_0}$ et $\underline{k}_t = \underline{n}_2 \dfrac{2\pi}{\lambda_0}$ et en introduisant les coefficients de réflexion et de réfraction en amplitude:

$$\boxed{\underline{n}_1 \cos\theta_1 \left(1 - \underline{r}_\perp\right) = \underline{n}_2 \underline{\tau}_\perp \cos\theta_2}$$

On en tire alors directement l'expression des *coefficients de Fresnel*:

$$\boxed{\underline{r}_\perp = \frac{\underline{n}_1 \cos\theta_1 - \underline{n}_2 \cos\theta_2}{\underline{n}_1 \cos\theta_1 + \underline{n}_2 \cos\theta_2} \qquad \underline{\tau}_\perp = \frac{2\underline{n}_1 \cos\theta_1}{\underline{n}_1 \cos\theta_1 + \underline{n}_2 \cos\theta_2}}$$

formules valables pour tout milieux, les valeurs complexes des indices traduisant les déphasages subit lors de la réflexion et de la réfraction.

Si le milieu est non absorbant, et en utilisant alors $n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$, on obitient:

$$\boxed{r_\perp = \frac{\sin\left(\theta_2 - \theta_1\right)}{\sin\left(\theta_2 + \theta_1\right)} \quad \tau_\perp = \frac{2 \sin\theta_2 \cos\theta_1}{\sin\left(\theta_2 + \theta_1\right)}}$$

b) L'onde est polarisée dans le plan d'incidence:

En effectuant le même raisonnement, on obtient

$$\boxed{\underline{r}_{//} = \frac{\underline{n}_1 \cos\theta_2 - \underline{n}_2 \cos\theta_1}{\underline{n}_1 \cos\theta_2 + \underline{n}_2 \cos\theta_1} \qquad \underline{\tau}_{//} = \frac{2\underline{n}_1 \cos\theta_1}{\underline{n}_1 \cos\theta_2 + \underline{n}_2 \cos\theta_1}}$$

et en milieu non absorbant:

$$\boxed{r_{//} = \frac{\tan(\theta_2 - \theta_1)}{\tan(\theta_2 + \theta_1)} \quad \tau_{\perp} = \frac{2\sin\theta_2 \cos\theta_1}{\sin(\theta_2 + \theta_1)\cos(\theta_1 - \theta_2)}}$$

Graphiques du Pérez: commenter l'existence d'un angle de limite et de l'incidence de Brewster.