LP 48 Interféromètres à division d amplitude.
Applications.

Introduction: nous avons vu précédemment les dispositifs interférentiels à division du front d'onde, dont le comportement optique se ramène toujours à celui des trous d'Young, ainsi que les problèmes d'observation des interférences dus aux problèmes de cohérence spatiale et temporelle.

Nous allons étudier ici des dispositifs interférentiels pour qui il n'y a pas de problème de cohérence spatiale, et donc qui permettent d'utiliser des sources étendues, conférant aux figures d'interférences une grande luminosité. Comme ces dispositifs sont abondamment utilisés pour effectuer des mesures, nous les appellerons *interféromètres à division d'amplitude*.

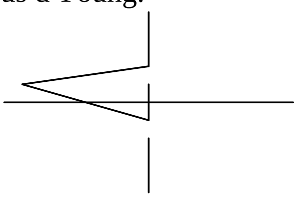
Nous allons en étudier quelques-uns, ainsi que leurs applications et leur réalisation pratique.

A) Franges d'égale inclinaison:

1) Généralités sur les interféromètres à division d'amplitude.

Nous avons parlé de division d'amplitude par rapport à division du front d'onde et suggéré en introduction que c'était cette différence qui faisait que les problèmes de cohérence spatiale ne se posaient pas.

Explicitons ceci. Pour cela, reprenons un dispositif à division du front d'onde, comme les trous d'Young.



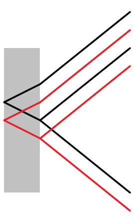
Nous avions vu que la différence de marche introduit par le décalage ΔS de la source valait $\delta = \frac{a\Delta S}{d}$, au premier ordre. On peut exprimer cette différence de marche différemment en écrivant $\delta = \Delta\vec{S}.(\vec{u}_1 - \vec{u}_2)$. Ainsi on voit que dès que les deux rayons qui vont interférer ont une direction différente à partir de la source, il va y avoir des problème de cohérence spatiale.

Pour s'affranchir de ce problème, il faut donc que $\vec{u}_1 = \vec{u}_2$. Ainsi, tout système capable de produire deux rayons à partir d'un seul rayon incident n'aura pas de problème de cohérence spatiale. Ces dispositifs sont alors appelés *à division d'amplitude*.

Cette remarque est valable aussi bien pour les dispositifs à frange d'égale épaisseur que pour les dispositifs à frange d'égale inclinaison, que nous allons maintenant étudier.

2) Lame d'épaisseur constante:

Considérons une lame, caractérisée par un indice *n*. Si une source ponctuelle éclaire cette lame, tout rayon issu de cette source va être divisé en deux par la lame: l'un va être immédiatement réfléchi, et l'autre d'abord transmis, puis réfléchi sur la deuxième face de la lame, puis à nouveau transmis. Les deux rayons émergent vont alors être parallèles, et donc les interférences vont être observées à l'infini, à l'aide d'une lentille. Considérons maintenant que la source est étendue, et prenons un autre rayon incident, faisant la même incidence avec la lame. A l'aide d'une lentille, ces deux rayons vont interférer au même point que les deux



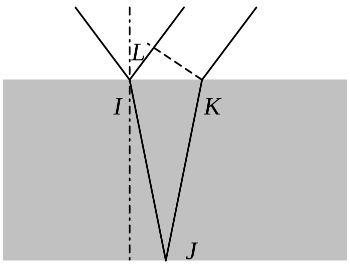
rayons précédents. Ainsi les diverses figures d'interférences correspondant aux diverses sources ponctuelles vont toutes se superposer exactement. Il n'y a donc pas de problème de cohérence spatiale et la source peut être étendue.

Examinons avant de poursuivre les amplitudes des divers rayons émergent à la sortie de la lame issus d'un même rayon.

On sait que pour le premier dioptre, on a $r_1 = \frac{n_0 - n}{n_0 + n}; t_1 = \frac{2n_0}{n_0 + n}$ et pour le dioptre verre – air $r_2 = -r_1; t_2 = \frac{2n}{n_0 + n}$.

Ainsi le premier rayon émergent aura comme amplitude rE_0, le second $t_1 t_2 r E_0$, le nième $r^{2n-3} t_1 t_2 E_0$. Or en général, pour des surfaces *non traitées*, r est petit si bien que seuls le premier et le second rayon auront une amplitude notable. Nous ne considérerons donc que ces deux rayons par la suite.

Examinons à présent la différence de marche introduite par une lame.



La différence de marche entre deux rayons vaut:

$\delta = (IJK) - IL$. Or $(IJK) = 2nIJ = 2n\frac{e}{\cos r}$ et $LK = 2e \tan r \sin i$, donc:

$$\delta = 2ne\left(\frac{1}{\cos r} + \frac{\sin r \sin i}{n \cos r}\right) = \frac{2ne}{\cos r}\left(1 - \sin^2 r\right) = 2ne\cos r$$

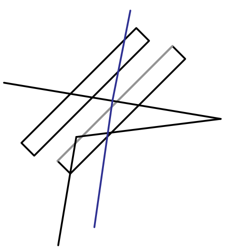
A ceci il faut rajouter éventuellement le déphasage introduit par la réflexion en J et donc on a $\boxed{\phi = \frac{2\pi}{\lambda_0} 2ne\cos r + (\pi)}$

La figure d'interférence obtenue à l'infini sera donc définie par la répartition en intensité $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\phi$. Les points d'égale intensité seront les points correspondant à $r = C^{ste}$, et donc de i constant. D'où leur nom de *franges d'égales inclinaison*. En ce qui concerne leur forme, ce sont des anneaux centrées au point correspondant à i=0.

3) Interféromètre de Michelson:

Un interféromètre de Michelson est un appareil constitué essentiellement de deux miroirs et d'une lame semi réfléchissante. Perez p.279.

Ces deux miroirs peuvent être translatés à l'aide de visses micrométriques, ce qui permet de faire des mesures extrêmement fines et précises. On voit alors géométriquement que ce système est équivalent à une lame d'air. La différence de marche est alors donnée par $\phi = \frac{2\pi}{\lambda_0} 2e\cos i$, puisque dans ce cas i=r. On désigne par *bras* du Michelson les supports



fictifs reliant les miroirs à la lame semi réfléchissante, et celle-ci est appelée *séparatrice*. En vertu de ce que nous avons dit sur les problèmes de cohérence spatiale en introduction, on éclaire le Michelson avec une source étendue. Par ailleurs, un des deux rayons traverse la séparatrice trois fois alors que l'autre ne la traverse qu'une fois: on place alors une autre lame, rigoureusement parallèle et de même épaisseur, ce qui fait que chaque rayon traversera l'épaisseur de la lame quatre fois, annulant la différence de marche causé par la séparatrice.

Calculons dans ce cas n=1, le rayon des anneaux obtenus. Le rayon des anneaux brillants est donné par les valeurs de l'angle d'incidence i telles que l'ordre d'interférence $p = \frac{2e}{\lambda}\cos i$ soit entier.

Au centre, on voit que i=0 et que l'ordre d'interférence est maximal. Comme de manière générale il n'est pas entier, on pose $p_0 = m_1 + \varepsilon$. Le rayon de l'anneau correspondant au q^e anneau brillant est donné par $\frac{2e}{\lambda}\cos i_q = m_1 - q + 1$, et donc que $\frac{2e}{\lambda}\left(1 - \cos i_q\right) = q - 1 + \varepsilon$. Si l'angle est petit, on a $1 - \cos i_q = \frac{i_q^2}{2}$ et donc le rayon associé vaut:

$$\boxed{R_q = fi_q = f\sqrt{\frac{\lambda}{e}}\sqrt{(q - 1 + \varepsilon)}}$$

4) Applications:

Les franges d'égales inclinaison sont très utilisées en spectroscopie, pour déterminer l'écart entre deux raies supposées infiniment fines ou la largeur spectrale d'une raie.

Considérons en premier lieu deux raies de fréquences ν_1 et ν_2. En posant $\tau = \frac{\delta}{c}$, l'intensité si l'on suppose le doublet symétrique sur l'écran va valoir:

$I = 2I_0\left(2 + \cos 2\pi\nu_1\tau + \cos 2\pi\nu_2\tau\right) = 4I_0\left(1 + \cos(\pi\Delta\nu\tau)\cos(2\pi\nu_m\tau)\right)$, avec $\Delta\nu = \nu_2 - \nu_1$ et $\nu_m = \frac{\nu_1 + \nu_2}{2}$.

En faisant alors varier e, donc δ, et donc τ, on obtient une figure qui ressemble à des battements, et en mesurant la distance dont il a fallu déplacer le miroir pour aller d'une anticoïncidence à un autre, on a accès à l'écart du doublet. En effet, en mesurant la variation du contraste au centre, c'est-à-dire le cos de période $\Delta\nu$, on obtient qu'entre deux anticoïcidence, $\Delta\nu.\Delta\tau = 1$, soit $\boxed{\Delta e = \frac{\lambda^2}{2\Delta\lambda}}$.

Pour illustrer le principe d'une mesure de largeur spectrale, considérons une raie rectangulaire de largeur $\Delta\nu_{1/2}$. On peut montrer que l'intensité va valoir:

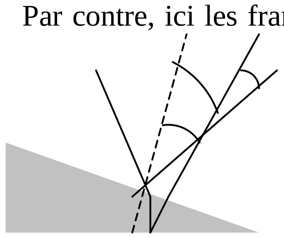
$I = 2I_0\left(1 + \left|\frac{\sin(\pi\Delta\nu_{1/2}\tau)}{\pi\Delta\nu_{1/2}\tau}\right|\cos(2\pi\nu_0\tau)\right)$. De même ici, en mesurant l'écart entre deux annulations de la fonction sinus cardinal, on peut avoir accès à $\Delta\nu_{1/2}$.

B) Franges d'égales épaisseurs:

1) Généralités:

Considérons à présent une lame éclairée sous une incidence constante quasi normale. Le calcul précédent pour les lames d'épaisseur uniforme est toujours valable et la différence de marche entre deux rayons issu du même rayon d'incidence *i* vaut $\delta = 2ne\cos r + (\pi)$.

Par contre, ici les franges ne sont plus à l'infini. En effet, considérons pour simplifier une lame en coin d'angle α, éclairée sous une incidence quasi normale.

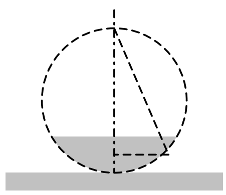


On voit alors que les franges sont localisées au voisinage du coin d'air, et plus précisément sur un plan au voisinage de la lame.

Revenons alors au cas général. Ici l'incidence est fixée, ou du moins ne varie pas trop de telle sorte que l'on peut assimiler le cosinus à une constante, et la différence de marche va dépendre énormément de *e*. La répartition d'intensité est toujours donnée par $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\Phi$, avec $\Phi = \frac{2\pi}{\lambda}2ne\cos r + (\pi)$. L'ensemble des points de la surface de localisation d'égale intensité s'identifie donc aux *lignes d'égales intensités*. En lumière blanche, chaque radiation donne son système de franges, ce qui donne aux lames *minces* un aspect multicolores (en effet, si elles sont trop épaisses, on n'observe qu'un blanc d'ordre supérieur). C'est le cas des lames de savon ou des flaques d'huile répandues sur la chaussée.

2) Anneaux de Newton:

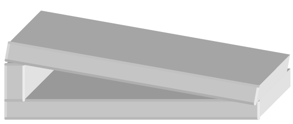
Les anneaux de Newton sont des franges d'égale épaisseur données par une lame d'air qui est constituée par une lentille plan convexe en contact avec la face plane d'une lame de verre.



L'épaisseur *e* de la lame, au point *M*, s'exprime aisément. On a en effet $\tan\alpha = \frac{HA}{O'H} = \frac{OH}{HA}$, donc $e(2R - e) = \rho^2$. Comme *e* est petit devant *R*, on a finalement $e = \frac{2\rho^2}{2R}$. Par conséquent, en incidence normale, la différence de phase s'écrit $\phi = \frac{2\pi}{\lambda}\frac{\rho^2}{R} + \pi$. Les rayons des différents anneaux sombres sont donnés par $\phi = 2\pi m$ soit $\rho_m = \sqrt{R\lambda m}$.

3) Coin d'air:

On appelle coin d'air un système réalisé par deux lames de verre dont les faces en regard se touchent suivant une droite et forment entre eux un petit angle α.



La différence de phase vaut, dans ce cas, comme $e = \alpha X$, $\phi = \frac{2\pi}{\lambda}2\alpha\Delta X\cos i = 2\pi$. L'interfrange est alors donnée par $\imath = \Delta X = \frac{\lambda}{2\alpha}$ en incidence normale.

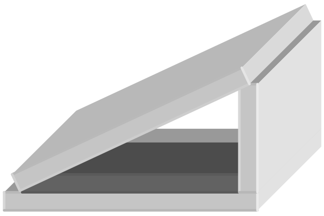
Le Michelson permet également d'obtenir un coin d'air réglable, de même qu'il permettait d'obtenir une lame d'air réglable.

On effet, les miroirs peuvent non seulement être translatés, mais leur orientation peut également être modifiée à l'aide de petites vis.

4) Applications:

Il existe un certain nombre d'applications des franges d'égale épaisseur. La première est la vérification de la planéité d'une surface transparente. Il suffit pour cela de constituer un coin d'air entre la surface à contrôler et une surface étalon. En éclairant l'ensemble avec une source étendue monochromatique, on obtient une représentation visuelle de l'écart entre les deux surfaces. Perez p.291

On peut également s'en servir pour mesurer les faibles épaisseurs. Cette méthode s'appelle la méthode de Tolanski:



Le coin d'air ainsi constitué est observé par réflexion . On voit alors deux systèmes de franges rectilignes identiques, décalés du fait de la présence de la lame à mesurer. Le décalage se trouve en disant que la phase doit être la même lorsque l'on passe d'une frange sombre à une autre, soit $X_1\alpha = X_2\alpha + t$. On en tire $t = (X_1 - X_2)\alpha$. Si on ne connaît pas α, on peut utiliser l'interfrange, mesurable et on a $t = \frac{X_1 - X_2}{\imath}\left(\frac{\lambda}{2}\right)$.

Enfin, le dispositif en coin d'air permet, avec l'interféromètre de Michelson en coin d'air, de mesurer l'indice d'une lame placée normalement sur l'un des deux bras. Cette lame provoque un déplacement des franges en relation avec son indice *n* et son épaisseur *e*. La différence de chemin optique supplémentaire vaut en fait $2(n-1)e$, si on suppose l'incidence quasi-normale.

On opère en lumière blanche, ce qui permet d'isoler la raie centrale, la seule qui soit blanche puisque commune à toutes les radiations. En déplaçant l'un des miroirs par translation, on peut compenser cette différence de marche supplémentaire et se ramener à la situation initiale. On a alors la relation $2(n-1)e = 2d$, d'où on tire l'indice du milieu $n = 1 + \frac{d}{e}$.